

العزوم

A diagram of a triangle with vertices labeled P, Q, and R. The interior angle at vertex R is marked with a red circle containing the number 1.

$\frac{\text{و}}{\text{و}} \times \frac{\text{و}}{\text{و}} = \frac{\text{و}}{\text{و}}$
 أو
 $\frac{\text{و}}{\text{و}} \times \frac{\text{و}}{\text{و}} = \frac{\text{و}}{\text{و}}$

نقطة $\Rightarrow$ لخط عمل القوة
نقطة الدوران

$$\frac{\| \vec{u}_j \|}{\| \vec{u} \|} = \cos \theta$$

لاحظ

متجه العزم ← $\vec{r} \times \vec{F} = \vec{J}$

ج. = ٧ ← القياس الجبري لمتجه العزم

معيار العزم $\Leftarrow \gamma = \left\| \frac{\mathbf{L}_O}{J_O} \right\|$

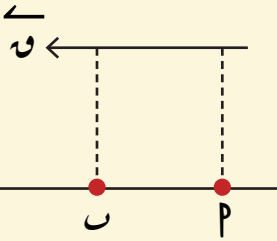
نظرية العزوم

مجموع عزوم عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة بالنسبة لأي نقطة في الفراغ يساوي عزم المحصلة حول نفس النقطة.

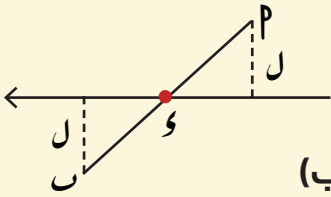
$\frac{1}{7} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{35}$ ←



ملاحظة



■ إذا كان عزم قوة حول $P =$ عزمها حول C ، فإن خط عمل القوة يوازي $\overrightarrow{PC} \iff \overrightarrow{C} \parallel \overrightarrow{P}$ لأن العزم $= C \times$ البعد العمودي ، وبالتالي لا بد أن خط عمل القوة $\parallel \overrightarrow{PC}$.



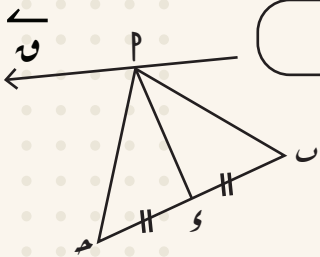
■ إذا كان عزم قوة حول $P = -$ عزمها حول C ، فإن خط عمل ينصف $\overrightarrow{PC}$. لأن العزم حول P سيكون مع عقارب الساعة (سالب) والعزم حول C سيكون عكس عقارب الساعة (موجب)

■ ممكن أجب نقطة W وهي منتصف $\overrightarrow{PC} = \left(\frac{C_x + P_x}{2}, \frac{C_y + P_y}{2} \right)$ وهيطلع العزم حول $W =$ صفر $\hookrightarrow$: خط عمل القوة يمر بمنتصف $\overrightarrow{PC}$

حل آخر

نظرية فارينيون:

عزم قوة حول نقطة يساوي عزم مركبات هذه القوة حول نفس النقطة.

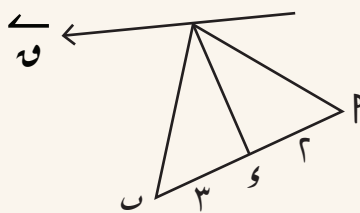


إذا أثرت قوة في مستوى مثلث كما بالشكل، وكانت W منتصف

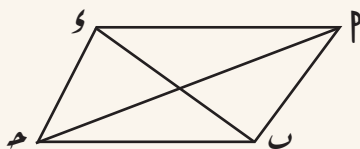
$$J_C = J_P + J_W$$

طب لو W مش منتصف

$$J_C = J_P + J_W$$



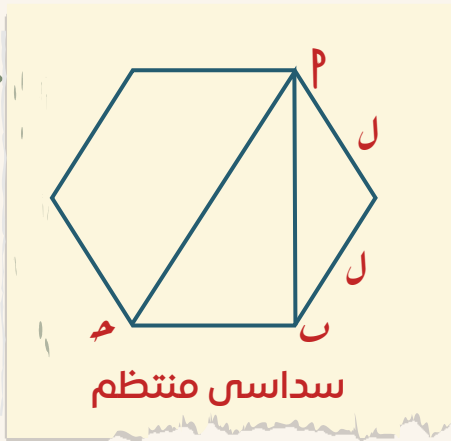
إذا أثرت قوة في مستوى متوازي أضلاع



$$J_C + J_P = J_W$$

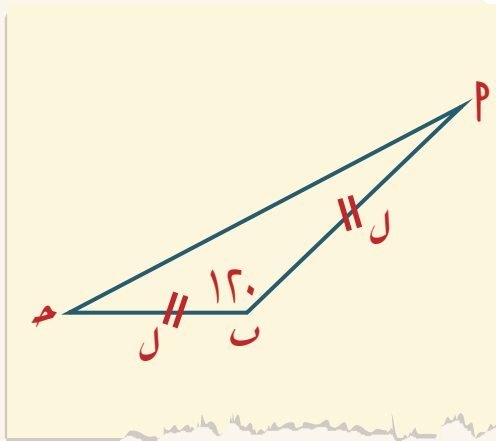


الأطوال

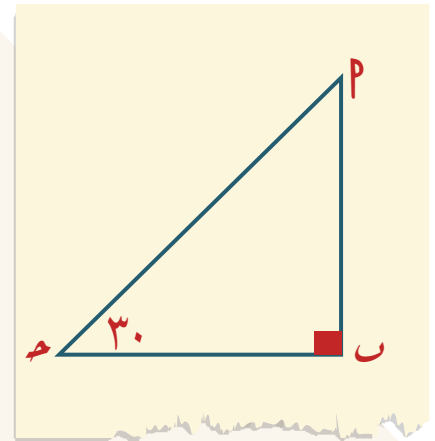


سداسي منتظم

$$س = ٣ل, ل = \frac{س}{٣}$$



$$س = \frac{٣ل}{٢}, ل = \frac{٢س}{٣}$$



$$س = \frac{ل}{\cos 30^\circ}$$

مربع طول ضلعه ١٠ فإن قطره ١٠√٢

س

الوحدة الثانية

اتزان القوى المتوازية
الانزان العام

محصلة قوتين
محصلة عدة قوى

محصلة قوتين متوازيتين

القوتان متوازيتان وفي نفس الاتجاه

$$المحصلة = ق_١ + ق_٢$$

إيجاد نقطة تأثير المحصلة

خط عمل المحصلة يقسم المسافة بين القوتين
من الداخل بنسبة عكسية بين معياريهما

$$\frac{ق_١}{ق_٢} = \frac{س_٢}{س_١} \therefore$$

■ ويمكن قلب القاعدة ضرب

$$ق_١ \times س_١ = ق_٢ \times س_٢$$

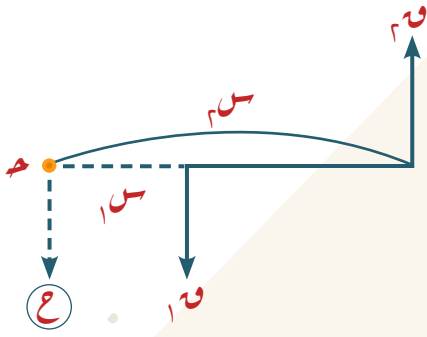
⇐ الخلاصة

■ ويمكن ناخذ $\frac{بسط}{مقام} = \frac{بسط}{مقام}$

$$\frac{ق_١}{ق_٢} = \frac{س_٢}{س_١} = \frac{ع}{س_١ + س_٢}$$

⇐ المسافة بين القوتين

■ لو اشتغلنا بالضرب ← ضرب $ق_١ \times المسافة \text{ اللي جنبها} = ق_٢ \times المسافة \text{ اللي جنبها}$

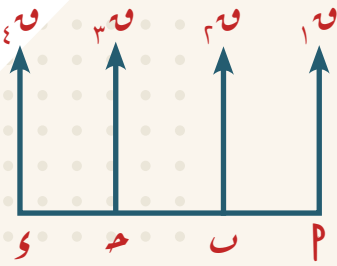


نفرض $F_1 < F_2 \Rightarrow e = |F_2 - F_1|$

$$\text{المسافة بين القوتين} \Leftarrow \frac{e}{F_2 - F_1} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\text{أو } F_1 \times F_2 = F_1 \times F_2$$

محصلة عدة قوى



القوى في اتجاه واحد

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = E$$

إيجاد نقطة تأثير المحصلة

مجموع عزوم القوى حول نقطة = عزم المحصلة حول نفس النقطة

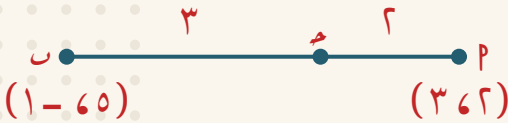
القوى مختلفة في الاتجاه

$$F_1 + F_2 - F_3 - F_4 = E$$

نفرض دائماً متجه الوحدة في اتجاه القوة الأكبر
وبنجيب نقطة تأثير المحصلة بنظرية العزوم برضه

تقسيم قطعة مستقيمة

التقسيم من الداخل

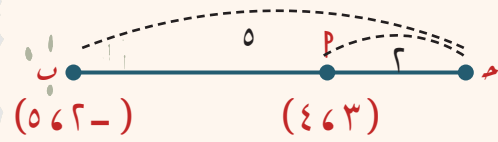


$$\begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ \textcircled{P} & & \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 5 \\ \textcircled{S} & & \end{matrix}$$

$$\frac{7}{0} = \frac{3 \times 3 + 1 - \times 2}{0} = \text{ص} , \quad \frac{16}{0} = \frac{5 \times 2 + 3 \times 2}{0} = \text{س}$$

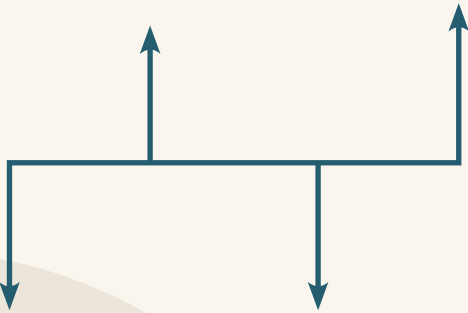
التقسيم من الخارج



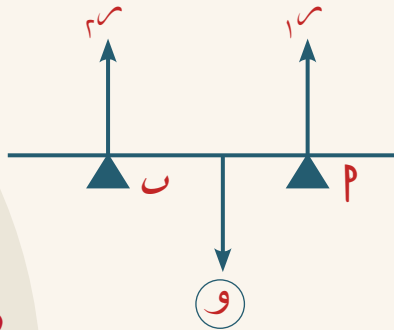
$$\begin{array}{ccc} 4 & 2- & 3 \\ 5 & 5 & 2- \end{array} \quad \begin{array}{c} \textcircled{P} \\ \textcircled{B} \end{array}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{5 \times 4 + 5 \times 2-}{5 + 2-} = \text{ص} \quad , \quad \frac{19}{3} = \frac{(2- \times 2-) + 5 \times 3}{5 + 2-} = \text{س}$$

اتزان القوى المتوازية



ح = صفر
 (المحصلة = صفر) $\leftarrow$ يمنع الحركة الانتقالية
 العزم = صفر $\leftarrow$ يمنع الحركة الدورانية



$u = p + u$
 العزم عند أي نقطة = صفر

ملاحظة هامة



إذا اتزن جسم تحت تأثير ٣ قوى

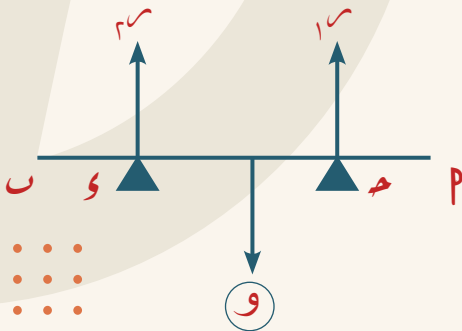
فإن محصلة أي قوتين تساوي القوة الثالثة ومضادة لها في الاتجاه

ملحوظة خطيرة

مقدار الثقل الذي يجب تعليقه من P حتى

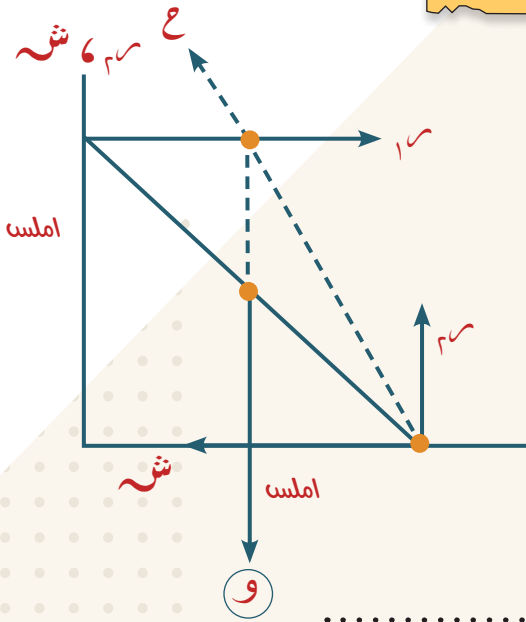
يصبح القضيب على وشك الدوران عند H

فإن $u = p$ = صفر وبالعقل عند B



الاتزان العام

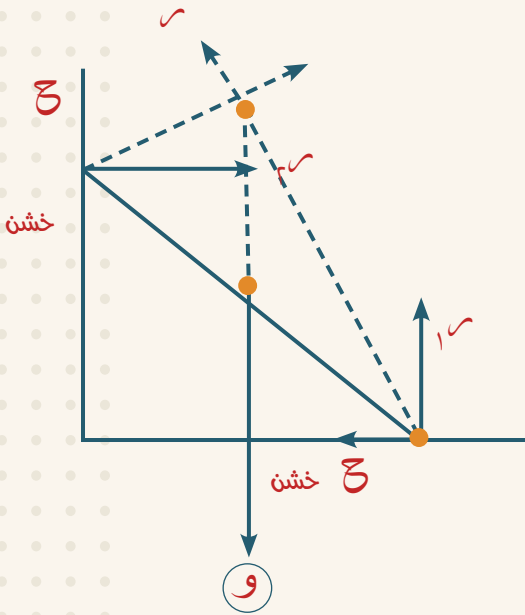
الحالة الأولى



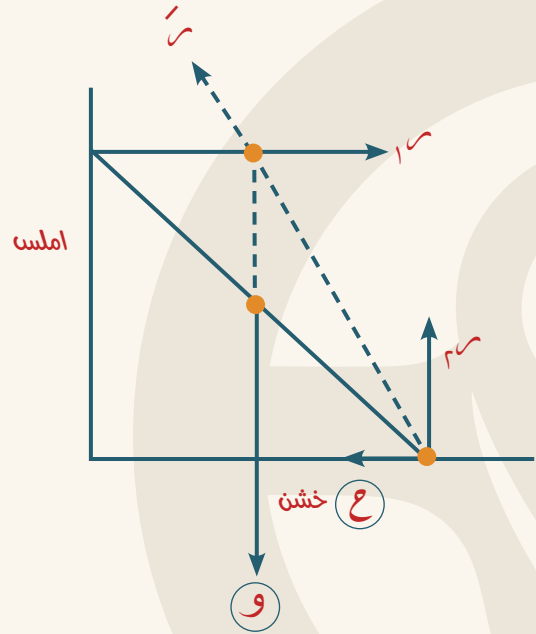
مستوى أملس $\leftarrow$ رد الفعل عمودي على المستوى
مستوى خشن $\leftarrow$ رد الفعل غير معلوم الاتجاه
قوة الاحتكاك النهائي $ع = م$

ظال $= م$

الحالة الثالثة



الحالة الثانية



لو على وشك الحركة $\leftarrow ع$

الازدواج

هو مجموعة تتكون من قوتين

١ متساويتان في المقدار.

٢ متضادتان في الاتجاه.

٣ لا يجمعهما خط عمل واحد.

$$\vec{P} = -\vec{Q}$$

$$\|\vec{P}\| = \|\vec{Q}\|$$

لاحظ أن

العزم عند أي نقطة في مستوى القوتين ثابت $\vec{J}_P = \vec{J}_Q = \vec{J}_M$

كلهم نفس العزم

$$\vec{P} \times \vec{Q} = \vec{J}_M$$

$$\vec{Q} \times \vec{P} = -\vec{J}_M$$

$$\vec{P} \times \vec{M} + \vec{Q} \times \vec{M} = \vec{J}_M$$

لو أعطاك القوة كمقادير

■ القياس الجبري لعزم الازدواج = $\pm$ (إحدى القوتين $\times$ البعد العمودي)

■ القياس الجبري لعزم الازدواج = $\pm$ (إحدى القوتين $\times$ البعد المائل $\times$ جا θ)

■ معيار عزم الازدواج = إحدى القوتين $\times$ البعد العمودي

■ معيار عزم الازدواج = إحدى القوتين $\times$ البعد المائل $\times$ جا θ

اتزان جسم تحت تأثير ازدواجين

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$$

$$\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2 \quad \text{قياس جبري} \quad \vec{J} = -\vec{J}_2$$

الازدواج لا يتزن إلا مع ازدواج آخر مثله

تكافؤ ازدواجين

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2$$

نفس الإشارة ونفس الاتجاه

في الحالتين السابقتين

في الاتزان والتكافؤ $\Leftrightarrow$ الازدواجات لها نفس المقدار.

الازدواج المحصل

أول نوع مسائل معانا سهل جداً $\Leftrightarrow$ يعطيك قوى صريحة تكون ازدواج

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \text{ويطلب الازدواج المحصل}$$

لازم تبقى عارف أن لو فيه شكل يؤثر عليه أكثر
من ازدواج أن المحصلة للقوى دائماً = صفر

لو طلب القياس الجبري لعزم الازدواج الذي يكافئ المجموعة
ذى ما يكون طلب الازدواج المحصل

عشان أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواج لابد أن يتحقق شرطان:

المحصلة = صفر

العزم عند أي نقطة $\neq$ صفر

ملحوظة خطيرة

لو القوى مش مكونة ازدواجات صريحة

لو أعطاك : $\vec{F}_1 \Leftrightarrow$ تؤثر في م

$\vec{F}_2 \Leftrightarrow$ تؤثر في ن

$\vec{F}_3 \Leftrightarrow$ تؤثر في هـ

وطلب منك إثبات أن المجموعة تكافئ ازدواج وأوجد هذا الازدواج

١ هتعمل إيه هتحيب المحصلة $\vec{F} = \vec{G}$

٢ هتحيب العزم عند أي نقطة وخلص

مثال توضيحي

تؤثر $\vec{v}_1 = \vec{s}_4 + \vec{s}_2$ ، $\vec{v}_2 = \vec{s}_3 - \vec{s}_2$ ، $\vec{v}_3 = \vec{s}_6 - \vec{s}_4$ ، في النقط $P = (3, 2)$ ، $Q = (-2, 3)$ ، $R = (4, -6)$ على الترتيب. أثبت أن هذه المجموعة تكافئ ازدواجاً وأوجد معيار عزمه.

يمكن إعطيك القوى على استقامة واحدة هنا نتعرف تجيب المحصلة عادي هتطلع = صفر هتجيب العزم عند أي نقطة $\neq$ صفر وكدا فل

ملحوظة خطيرة

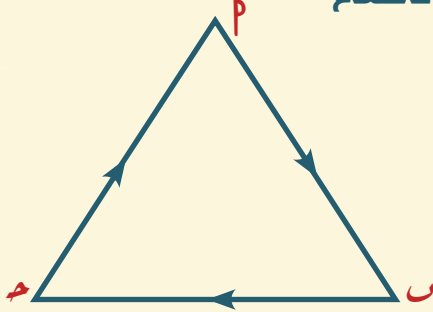
لو أعطاك بقا شكل ما وإنت مش عارف تجيب المحصلة وطلب منك إثبات أن المجموعة تكافئ ازدواج هتجيب العزم عند ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة هيطلع متساوي وكدا فل برضه



أخطر ملحوظة !



لو القوى في اتجاه دوري واحد وممثلة تمثيلاً تاماً في الأضلاع



$$\text{يعني: } \vec{v}_1 = \frac{\vec{v}_2}{\vec{v}_3} = \frac{\vec{v}_3}{\vec{v}_1} = \frac{\vec{v}_1}{\vec{v}_2}$$

فإن المجموعة تكافئ ازدواجاً

$$\text{القياس الجبري لعزمه} = \pm 2 \times \text{مساحة المضلع} \times m$$

موقع الدكتور محمد رزق التعليمي



امسح الباركود بالمويل لتثبيت
التطبيق وتحميل كل الملازم مجاناً وبسرعه



حمل التطبيق الآن



كورسات ونتائج امتحانات



ملازم ثانوي



ملازم اعدادي



ملازم ابتدائي



موقع الدكتور محمد رزق
Dr. Mo. RIZK



D.M.RAZK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي